

# Pythagoras-Box

Die komische Seite einer Mathematiktragödie

## Das Gesamtprojekt

### Vorwort

Die Mathematik wird von der Allgemeinheit als eine anspruchsvolle Wissenschaft angesehen. Es liegt auf der Hand, wie sehr sie in der heutigen Zeit einen Schlüssel zur Modernität darstellt, sowohl in der Forschung als auch in der Fähigkeit, innovative Technologien zu entwerfen und zu realisieren. Es ist jedoch sehr schwer, sich von diesem weit verbreiteten Vorurteil gegenüber dem mathematischen Wissen zu befreien, als wäre es unmöglich, die Tore jener deduktiven Erkenntnis zu öffnen. **Pythagoras** liefert uns ein wirksames *Passepartout*, um einen Blick in die weite Welt der Wissenschaft zu werfen.

Dieses Projekt ist aus dem Bedürfnis entstanden ein historisches Ereignis bekannt zu machen, das vor ca. 2500 Jahren in der Magna Graecia, genauer gesagt, in der Pythagoräischen Akademie in Kroton geschehen ist.

Dieses Ereignis ist bis heute vor Allem von Mathematikern und Wissenschaftshistorikern erkundet worden, doch seine Bedeutung ist immer noch aktuell, sodass eine sofortige Verbreitung nicht nur wünschenswert, sondern auch notwendig ist. Die Geschichte selbst verlangt danach, Gemeingut zu werden.

Das gesamte Projekt beruht auf zwei grundlegenden Momenten:

**1. Die vertiefte Kenntnis des Satzes des Pythagoras**, der anhand einer seiner geometrischen Beweisführungen erklärt wird. Die Wahl dieser Beweisführung beruht auf ihrer formellen Unmittelbarkeit und auf jener von der mathematischen Lehre so geschätzten Einfachheit und ästhetischen Eleganz.

**2. Die Kenntnis des ersten Grundsatzes der Wissenschaft**, der besagt, dass eine Theorie so lange wahr ist bis sie nicht widerlegt wird. Die Entdeckung der irrationalen Zahlen und das geschichtliche Ereignis, das mit dieser Entdeckung zusammen hängt, geben einen ersten Einblick in die grundlegenden Themen der modernen Wissenschaftstheorie.

# 1. Die vertiefte Kenntnis des Satzes des Pythagoras

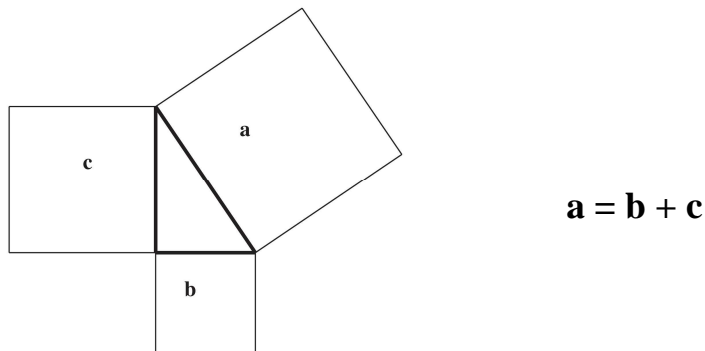
Oft geschieht es, dass die Lehrsätze der Mathematik sich lediglich als mnemonische Formeln in die Köpfe der Menschen einprägen. Der Satz des Pythagoras lautet:

**“In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat.”**

Schön! Die meisten Menschen können sich daran erinnern, aber nur die wenigsten wissen, was er wirklich bedeutet. Der Beweis, den wir hier vorlegen, gibt eine schnelle und klare Erklärung des Theorems und erlaubt es uns, ihn zu verinnerlichen und das oberflächliche Wissen in tiefgründige und zugleich universelle Erkenntnis umzuformen, die für alle Bürger der Welt gültig ist.

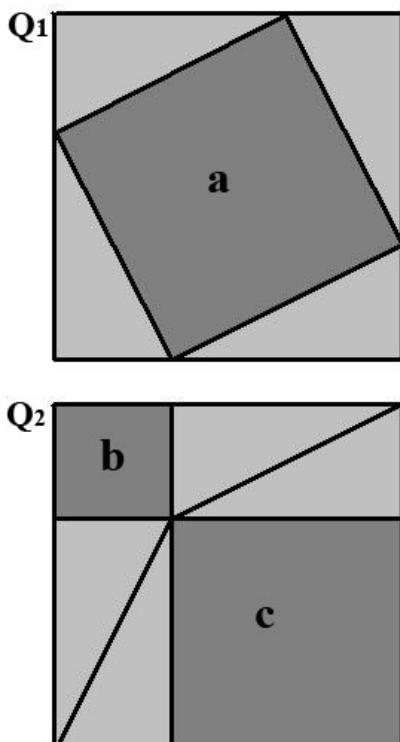
Der Satz des Pythagoras wird üblicherweise gezeigt wie in Bild 1. Hier handelt es sich jedoch nicht um eine Erklärung, sondern einzig und allein um eine Darstellung.

Bild 1



In Bild 2 liegt eine geometrische Beweisführung vor:

Bild 2



- In den beiden identischen Quadraten Q1 und Q2 sind je 4 rechtwinklige, gleich große Dreiecke enthalten.
- In Q1 ist das Quadrat “a” auf der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks konstruiert.
- In Q2 ist das Quadrat “b” auf der kleineren Kathete, das Quadrat “c” auf der größeren Kathete des rechtwinkligen Dreiecks konstruiert.
- Wenn wir von Q1 die Oberfläche der 4 rechtwinkligen Dreiecke lösen erhalten wir das Quadrat “a”.
- Wenn wir von Q2 die Oberfläche der 4 rechtwinkligen Dreiecke lösen, erhalten wir “b” + “c”.

**Daraus folgt:  $a = b + c$**

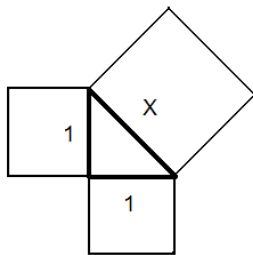
## 2. Die Kenntnis des ersten Grundsatzes der Wissenschaft

Die Geschichte der Mathematik liefert uns eine kuriose und beunruhigende Anekdote über die Beziehung zwischen dem Satz des Pythagoras und der Entdeckung der irrationalen Zahl  $\sqrt{2}$ .

Gegen 500 v. Chr. hatte Pythagoras in Kroton die Pythagoräische Akademie gegründet. Neben dem berühmten gleichnamigen Satz wurde dort eine Art mystische Lehre der ganzen Zahlen verkündet, in welcher die 1 als „Zahl der Wahrheit“ eine Vorrangstellung einnahm. Pythagoras hatte beschlossen der Mathematik eine religiöse Bedeutung zuzuschreiben. Die Schule hatte einen großen Erfolg: aus allen Ecken des Mittelmeeres kamen junge Männer und Frauen nach Kroton, um Schüler des großen Meisters zu werden.

Eines Tages startete Hippasos von Metapont, ein Schüler Pythagoras', eine eigenartige Initiative. Er wandte den Satz des Pythagoras auf ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck an, dessen Schenkellänge 1 beträgt. Die beiden gleich langen Katheten des Dreiecks maßen also 1, die „Zahl der Wahrheit“.

Er wandte den Satz guten Willens und in aller Ehrlichkeit an, und konnte sich dabei nicht vorstellen, welche erschütternde Folgen dies für sein Leben und für die gesamte Menschheit haben würde.



$$x = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

Den Wert von  $\sqrt{2}$  berechnen entspricht die Zahl zu finden, die durch sich selbst multipliziert gleich 2 ist.

Das heißt also,  $\sqrt{2} = 1,41421356237309\dots$  eine unendliche Reihe von ungeordneten Zahlen, das Chaos!

Auf dramatischste Weise hatte Hippasos von Metapont die **irrationalen Zahlen** entdeckt.

Die mystische Verehrung der Zahl 1, gemeinsam mit dem Pythagoräischen Lehrsatz, hatte den Lehrer und sein Gefolge in einen ausgesprochenen numerischen Wahn getrieben. Das gesamte Gebäude, worauf die Lehre Pythagoras' beruhte, geriet ins Wanken. Und so wurden auch der große Meister und sein gesamtes Gefolge von diesem Chaos heimgesucht. Hippasos wurde zum Tode verurteilt und ertränkt. Die Pythagoräische Akademie wurde verbrannt. Ab jenem Zeitpunkt und bis zu Descartes (XVII. Jh.) wurden die Geometrie und die Arithmetik getrennt behandelt, aus Angst vor numerischen, sozialen und religiösen Unruhen.

## Schlussfolgerungen

Die Dynamik des Geschehnisses zwischen Pythagoras und Hippasos von Metapont führt zur Schlussfolgerung:

**“Wenn du meinst, die Wahrheit gefunden zu haben, kann immer ein Jüngling bei dir anklopfen, der dir beweist, dass du im Unrecht bist. Vermeide es, ihn zu ertränken und sein Haus zu verbrennen. Es genügt, dass du deine Meinung änderst!”**

Diese ähnelt sehr dem ersten Grundsatz der wissenschaftlichen Methode, der lautet: **“Eine Theorie ist wahr, solange man nicht das Gegenteil beweist.”**

Wie viele Menschen sind bereit, ihre Meinung zu ändern, auch wenn die Gegenbeweise umwerfend sind? Die Bescheidenheit und Klugheit haben, die eigenen Überzeugungen zu ändern, wenn jemand beweist, dass du im Unrecht bist – diese Fähigkeit liegt an der Wurzel der Möglichkeit der wissenschaftlichen Erkenntnis. Diese Einstellung sollte Eigentum aller Völker und Bürger der Welt sein. Dass ein Jahrhunderte altes Ereignis so viele universelle Werte in sich trägt, hat uns dazu bewegt, es zu erzählen, damit diese wertvollen Geheimnisse, zu denen bis heute nur die Wenigsten Zugang hatten, Gemeingut werden.

## Divulgation

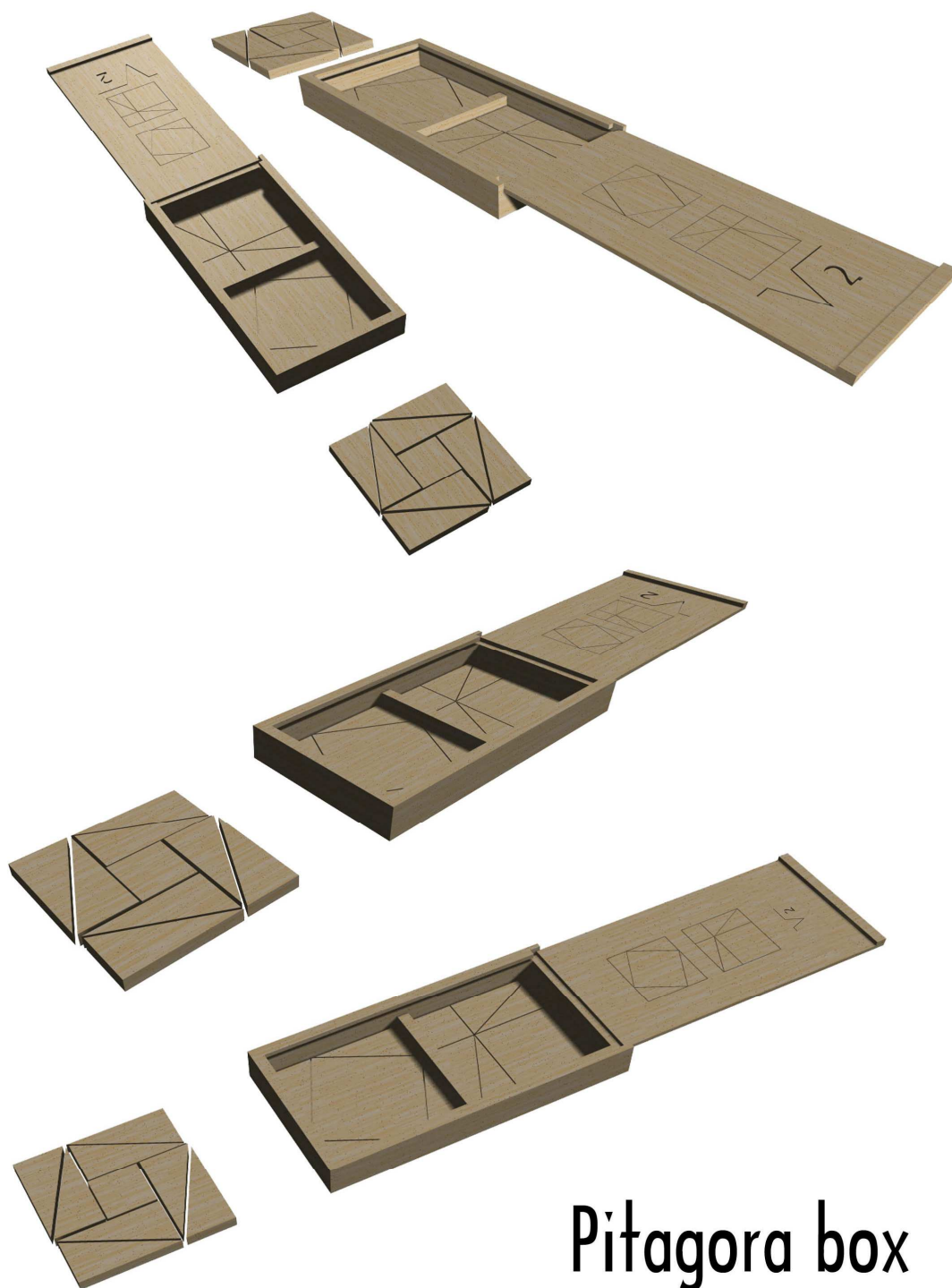
Das Projekt “Pitagora-Box” fördert alle Initiativen, die darauf bedacht sind, die angeführten Informationen einem breiteren Publikum weiter zu geben. Zudem wurden 5 Möglichkeiten der Verbreitung wahrgenommen:

1. Die Produktion eines **didaktischen Holzspiels**, das es ermöglicht, mit dem Satz des Pythagoras vertraut zu werden. Das Spiel soll auch ein Faltblatt mit der Geschichte von Hippasos und der Entdeckung der irrationalen Zahlen beinhalten (siehe Bild 3).
2. Die Produktion eines **Theaterstücks**. Dieses gehört der Gattung des musikalischen Kabarett-Theaters an und benützt eine an Mittel- und Oberschülern angemessene Sprache. Die Dauer des Stücks beträgt 60 Minuten.
3. Die Produktion eines lustigen **Zeichentrickfilms** von ca. 10 Minuten. Dieser erklärt den Pythagoräischen Lehrsatz und die Geschichte von Pythagoras und Hippasos auf kuriose Weise, in der Art eines wissenschaftlichen Thrillers. Dieser Film ist allen Interessierten auf Internet frei zugänglich; es wurden bereits die Versionen in Italienisch, Deutsch, Englisch, Spanisch, Schwedisch, Niederländisch und Polnisch realisiert.
4. Um diesem Projekt weiteren Raum und mehr Resonanz zu geben wäre es sehr interessant, eine Reihe von bildenden Künstlern für eine **Kollektivausstellung zum Pythagoräischen Lehrsatz** zu gewinnen. An diese Ausstellung könnten auch Historiker, Philosophen, Mathematiker und Journalisten teilnehmen, um eine Diskussion über die vielfältigen Themen, die von dieser Geschichte suggeriert werden, in Gang zu setzen.
5. Eine wichtige Möglichkeit der Verbreitung besteht auch in der Produktion von **Design-Objekten**. Die Erklärung des Lehrsatzes könnte auf verschiedenen Gebrauchsgegenständen erscheinen: Hocker, Lampen, Fliesen, Unterteller. Viele Eltern könnten darauf bedacht sein, dass ihre Kinder im Alltag solche Gegenstände benutzen, damit sie eine glückliche und spielerische Beziehung mit der Sprache der Mathematik entwickeln.

## Das didaktische Holzspiel

Das didaktische Holzspiel zum Pythagoras-Theorem wurde bereits realisiert und patentiert.

Bild 3



## Das Theaterstück: „Pythagoras-Box. Die komische Seite einer Mathematiktragödie“

Im Theaterstück sind auf unterhaltsame Weise die Sprache des Theaters, der Mathematik, der Musik und der Wissenschaftsgeschichte vereint. Pythagoras eignet sich sehr zu dieser Art von Experimenten, denn er war einer der exzentrischsten und eklektischsten Persönlichkeiten der Antike. Nur die wenigsten wissen zum Beispiel, dass er bei den Olympischen Spielen gleich drei Mal die Goldmedaille in Boxen gewann. Als Philosoph und Mathematiker entdeckte er als erster die Gesetze, worauf die musikalische Harmonie gründet; diese Studien wurden erst 2000 Jahre später von Vincenzo und Galileo Galilei abgeschlossen.

Die intellektuelle Vielschichtigkeit Pythagoras' erfordert eine interdisziplinäre Zugangsweise, die in der Lage ist, die direkten Zusammenhänge zwischen den Zahlen, der Geometrie, der Musik, der Akustik, der Philosophie und der Sprache zu erkennen. Diese wird vom interaktiven Charakter des Theaterstücks gefördert, bei welchem das Publikum in eine Reihe von lustigen wissenschaftlichen Experimenten und paradoxhaften Beweisführungen mit einbezogen wird. Hauptanliegen der Show ist also, das Publikum dazu zu bewegen, die Themen der Wissenschaft bzw. der *Naturphilosophie* zu vertiefen. Aus diesem Grund ist die Vorstellung auch für Oberschüler geeignet.

Das Theaterstück “Pythagoras-Box” geht auf folgende Themen ein:

- das Pythagoras-Theorem
- die rationalen Zahlen und die tragische Entdeckung der irrationalen Zahlen
- die dichte Teilmenge  $\mathbb{Q}$ , der Begriff der Zeit bei Platon und die rhythmische Wahrnehmung
- Grundlagen der Akustik: akustische Wellen und Schallausbreitung
- die pythagorische Entdeckung der numerischen Verhältnisse in der musikalischen Harmonie
- Anatomie des ersten Musikinstruments: die harmonische Stimme

